Voorbereiding toelatingsexamen arts/tandarts

Wiskunde: sinusfuncties

16 september 2017

dr. Brenda Casteleyn

Met dank aan:
Atheneum van Veurne
Leen Goyens (http://users.telenet.be/toelating))

1. Inleiding

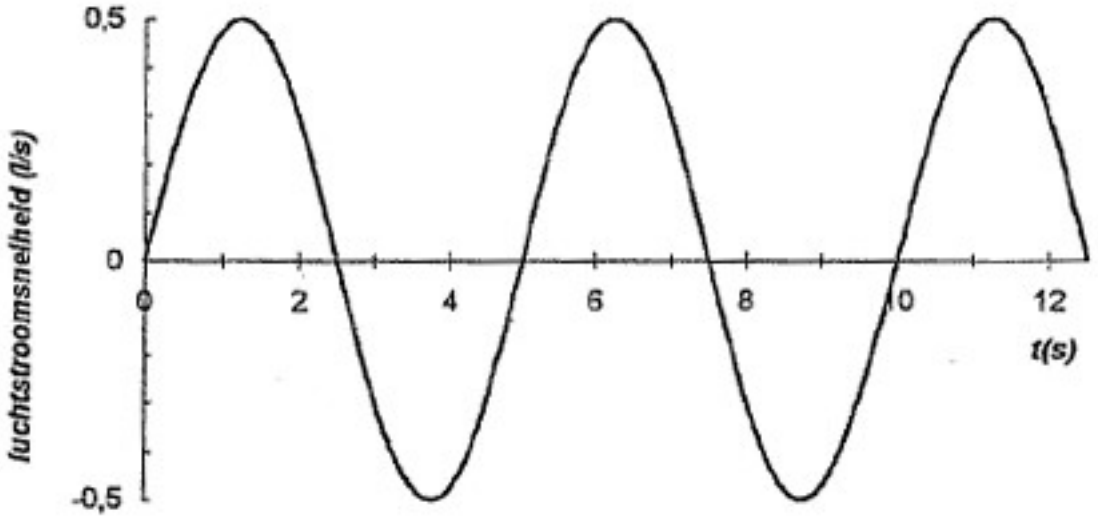
Dit oefeningenoverzicht is opgebouwd vanuit de vragen van de vorige examens, gerangschikt per thema.

De vragen komen van diverse sites. Vooral de site van Leen Goyens was handig en het atheneum van Veurne heeft een prachtige website met uitgewerkte antwoorden en extra oefeningen.

2. Oefeningen uit vorige examens

1997 – Juli – Vraag 4

Een volwassene ademt gemiddeld twaalf keren per minuut. De luchtstroomsnelheid (in liter per seconde) wordt bij het inademen positief en bij het uitademen negatief gerekend. De luchtstroomsnelheid kan benaderd worden met de volgende sinusoïde.



Bij hardlopen wordt de periode van de ademhalingscyclus gedeeld door 3 en de luchtstroomsnelheid wordt 4 keer zo groot.
Welke van de volgende antwoorden is de beste benadering van de sinusoïde bij hardlopen?

<A> $0{,}125.\sin(\frac{0{,}4\pi t}{3})$

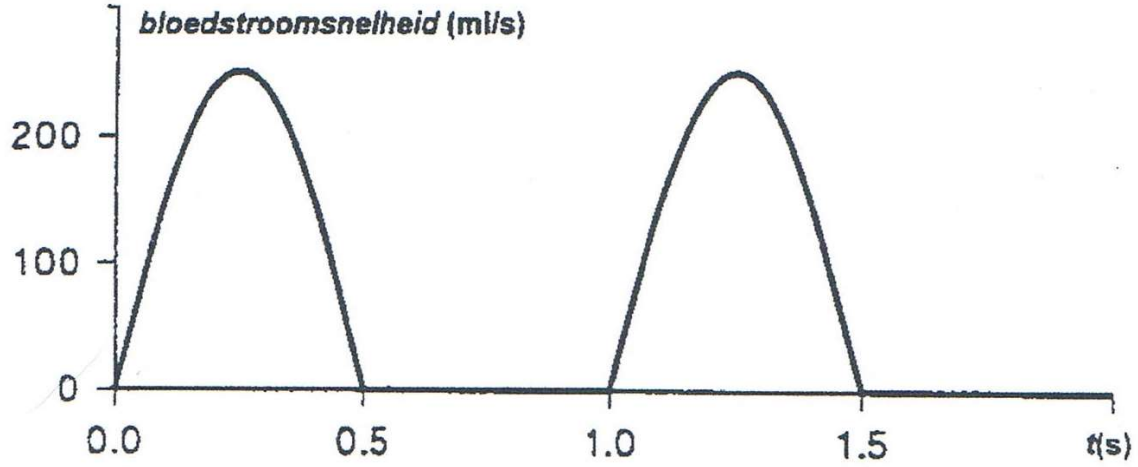
<B> $0{,}125.\sin(1{,}2\pi t)$

<C> $2.\sin(\frac{0{,}4\pi t}{3})$

<D> $2.\sin(1{,}2\pi t)$

1997 – Augustus Vraag 3

Bij een volwassene in rust pompt het hart bloed in de grote bloedsomloop. De bloedstroomsnelheid kan benaderd worden door het positieve deel van een sinusoïde.

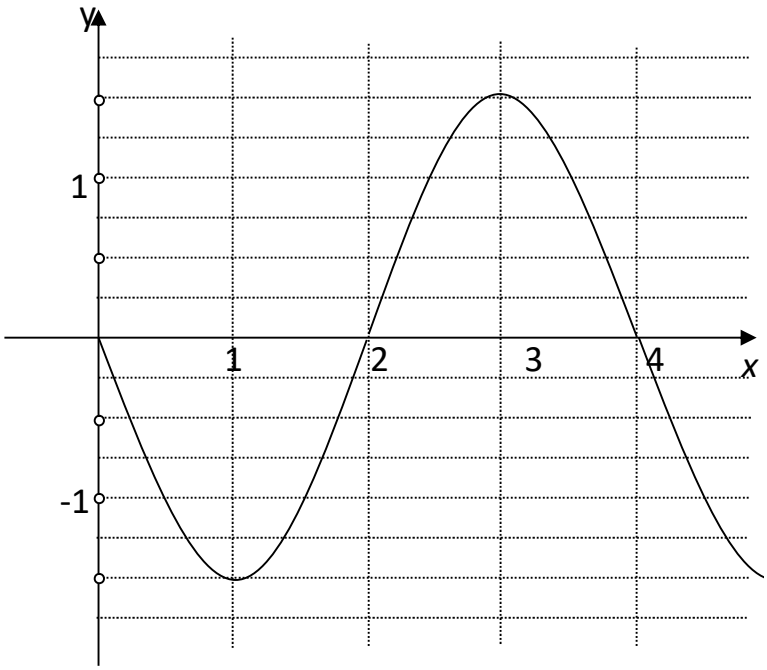


Bij inspanning verdubbelt de frequentie van de cyclus en wordt de bloedstroomsnelheid vier keer zo groot. Bij welke van de volgende sinusoïden is het positieve deel de beste benadering van de bloedstroomsnelheid bij inspanning?

<A> 1000 sin 2πt
<B> 1000 sin 4πt
<C> 1000 sin 8πt
<D> 2000 sin πt

2011 Juli Vraag 1

Gegeven is een grafiek van een bepaalde functie.



Welke functie $y(x)$ wordt in deze grafiek weergegeven?

<A> $y = 3.Sin\left(\frac{\pi}{2}.x + \frac{\pi}{2}\right)$

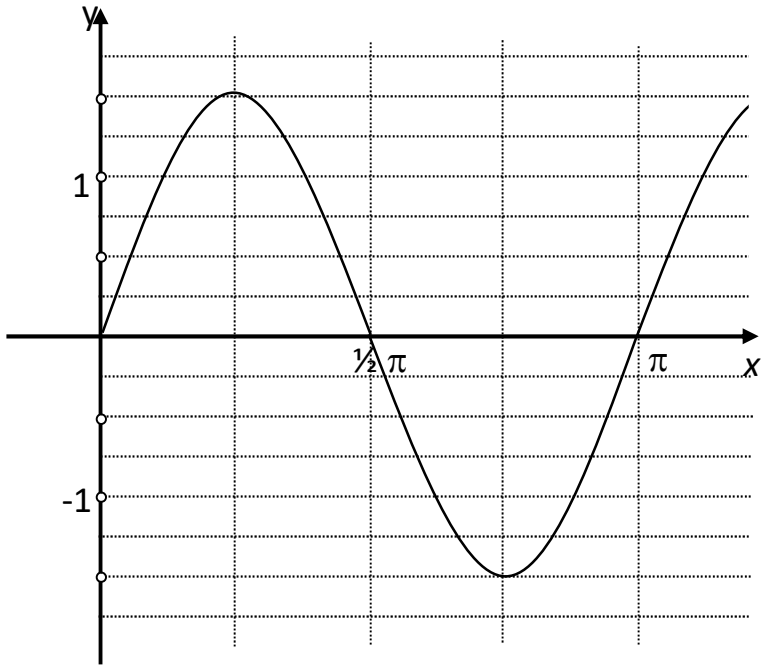
<B> $y = 3.Sin\left(\frac{\pi}{2}.x + \frac{\pi}{2}\right)$

<C> $y = 1,5.Sin\left(\frac{\pi}{2}.x + \pi\right)$

<D> $y = 1,5.Sin\left(8.\pi.x + \pi\right)$

2011 Augustus Vraag 8a

Hieronder staat een functie F(x) = c.sin(a.x + b)



Geef de waarden van de parameters *a*, *b* en *c*.

<A> a=2 b= 0 c=1,5

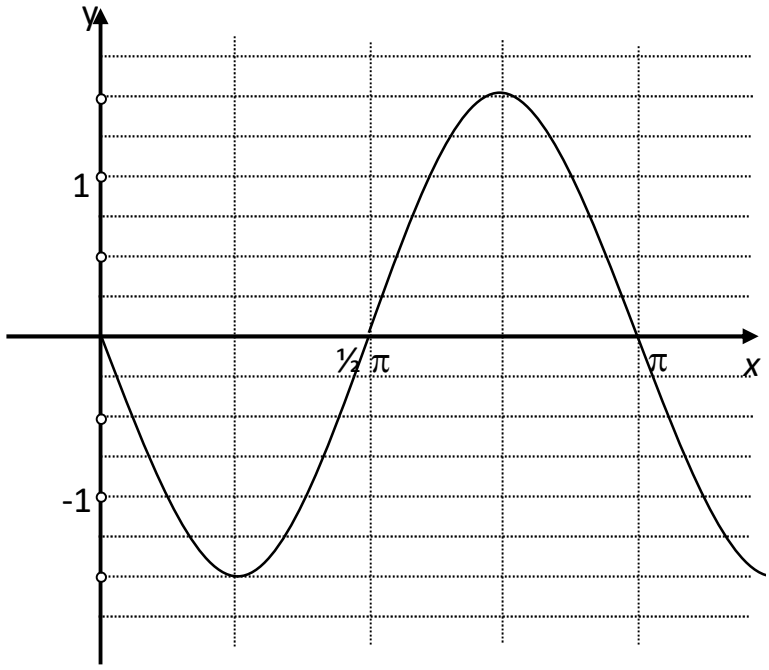
<B> a=2 b= $-\pi/2$ c=3

<C> a=1 b= $-\pi$ c= 3

<D> a=1 b=0 c=1,5

2011 Augustus Vraag 8b

Hieronder staat een functie F(x) = c.sin(a.x + b)

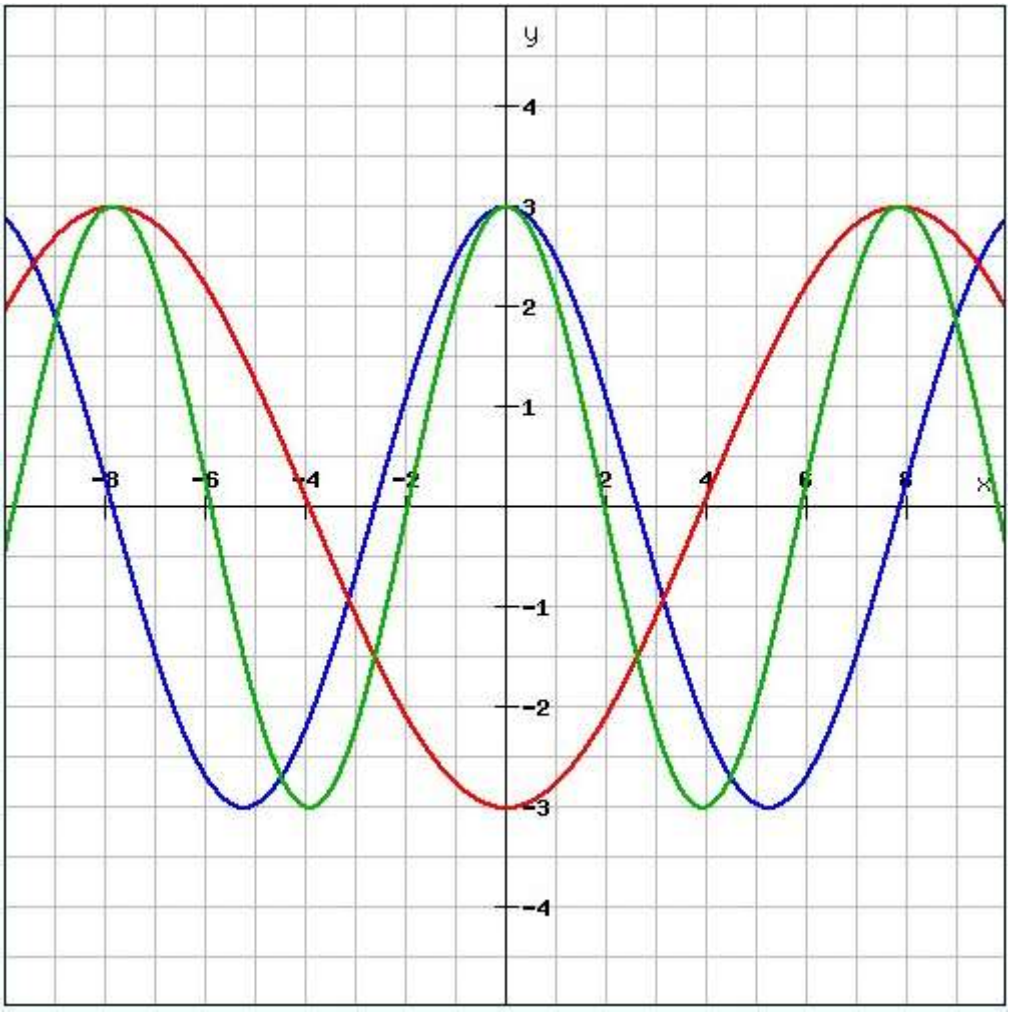


Geef de waarden van de parameters *a*, *b* en *c*.

<A>	a=2	b= $^{-\pi}/_{2}$	c=1,5
<B>	a=1	b= $^{-\pi}/_{2}$	c=3
<C>	a=1	b= $-\pi$	c= 3
<D>	a=2	b= $-\pi$	c=1,5

2014 – Juli Vraag 5

Gegeven is een grafiek met drie goniometrische functies.



Welke goniometrische functie staat hier niet bij?

<A> $y = 3.Sin(0,6x + \frac{\pi}{2})$

<B> $y = 3.Sin(0,8x - \frac{3\pi}{2})$

<C> $y = 3.Sin(0,4x - \frac{\pi}{2})$

<D> $y = 3.Sin(1,6x + \frac{3\pi}{2})$

2017 – Juli geel Vraag 9

Beschouw de functie f met functievoorschrift $f(x) = \sin^2 x$. Neem $\alpha \in R$ met $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
Waaraan is de volgende som gelijk?

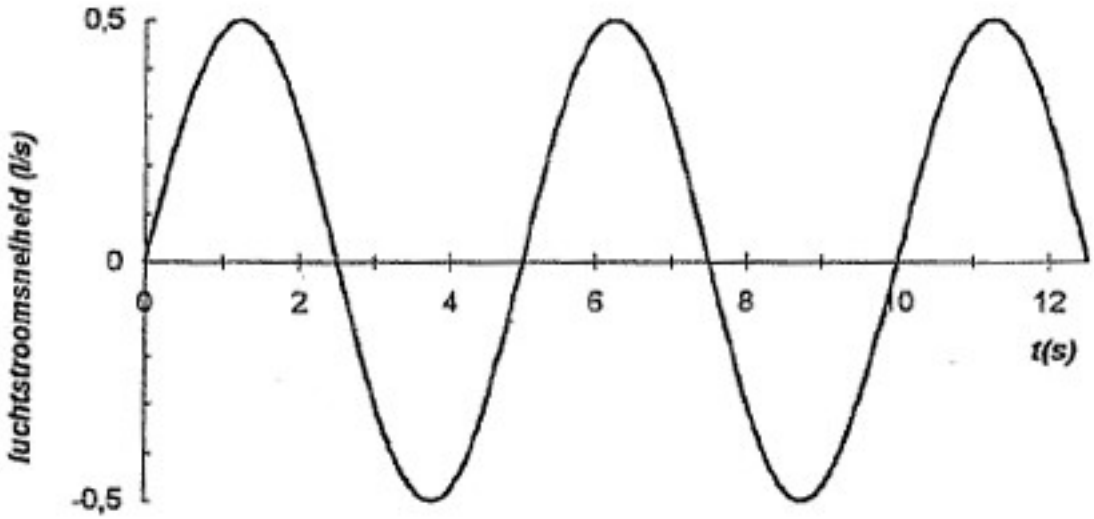
$f(\alpha) + f(\alpha + \frac{\pi}{2}) + f(\alpha + \pi) + f(\alpha + \frac{3\pi}{2}) + \ldots + f(\alpha + 99\pi) + f(\alpha + \frac{199\pi}{2})$

<A> $99 \sin^2\alpha$
<B> $100 \sin^2\alpha$
<C> 99
<D> 100

3. Oplossingen oefeningen

1997 – Juli – Vraag 4

Gegeven: Een volwassene ademt gemiddeld twaalf keren per minuut. De luchtstroomsnelheid (in liter per seconde) wordt bij het inademen positief en bij het uitademen negatief gerekend. De luchtstroomsnelheid kan benaderd worden met de volgende sinusoïde.



Daaruit leiden we af: r (amplitude) = 0,5 en periode: T = 5 seconden

Bij hardlopen wordt de periode van de ademhalingscyclus gedeeld door 3 en de luchtstroomsnelheid wordt 4 keer zo groot.

Dus: periode wordt: T = 5/3 en amplitude r= 4.0,5

Gevraagd: sinusoïde bij hardlopen
Oplossing:

Vergelijking van sinusoïde is: y = r. Sin $(\frac{2\pi}{T}\ t)$

Vul waarden in:

y = 2. sin $(\frac{2\pi}{5/3}\ t)$

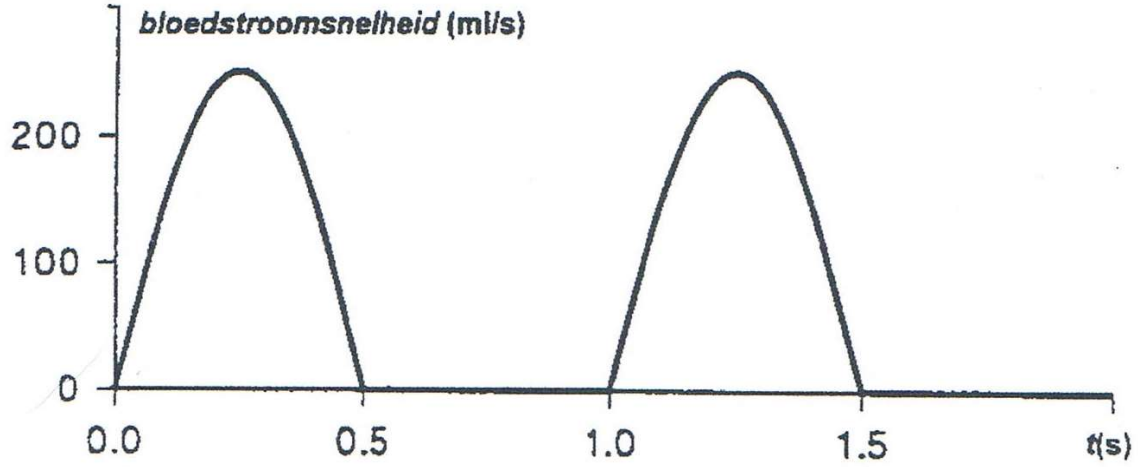
y = 2 sin (6/5 π.t)

y = 2 sin (1,2πt)

➔ Antwoord D

1997 – Augustus Vraag 3

Gegeven: Bij een volwassene in rust prompt het hart bloed in de grote bloedsomloop. De bloedstroomsnelheid kan benaderd worden door het positieve deel van een sinusoïde.



We lezen af dat de amplitude r = 250 ml/s en de periode T = 1 seconde

Bij inspanning verdubbelt de frequentie van de cyclus en wordt de bloedstroomsnelheid vier keer zo groot. Als de frequentie verdubbelt, gebruiken we 1/f = T om de periode te berekenen, dan is T = 0,5. De bloedstroomsnelheid wordt datn 250 x 4 = 1000 ml/s

Gevraagd: Bij welke van de volgende sinusoïden is het positieve deel de beste benadering van de bloedstroomsnelheid bij inspanning?

Oplossing:

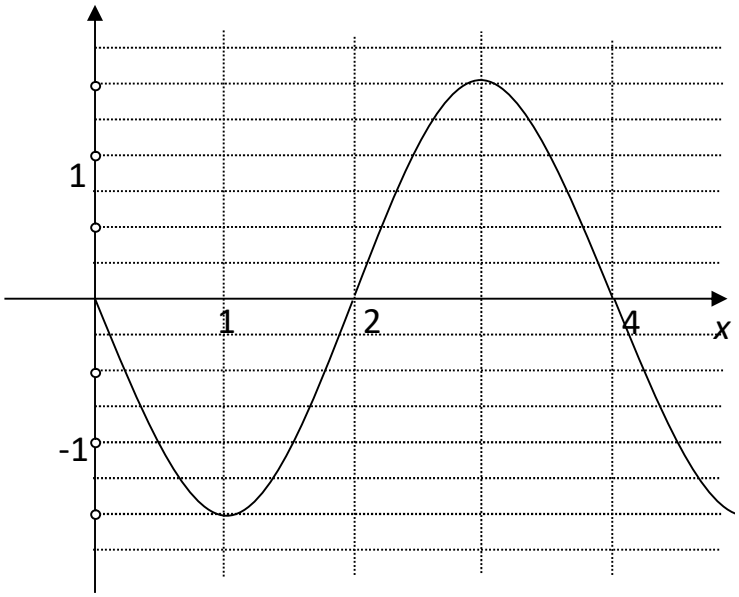
Algemene vergelijking sinusoïde: y = r. Sin $(\frac{2\pi}{T}\ t)$

Vul de waarden in: y = 1000 . sin $(\frac{2\pi}{1/2}\ t)$

- ➔ Y = 1000 sin 4 πt
- ➔ Antwoord B

2011 Juli Vraag 1

Gegeven is een grafiek van een bepaalde functie.



Gevraagd: Welke functie $y(x)$ wordt in deze grafiek weergegeven?

Oplossing:

Gegeven: amplitude r = 1,5 en T = 4

Formule: y = r sin(ax +b) met r = amplitude = 1,5; a = 2π/T, dus a = 2π/4 = π/2 en b is de verschuiving: in dit geval bevindt het nulpunt zich niet in 0 maar in x=2,

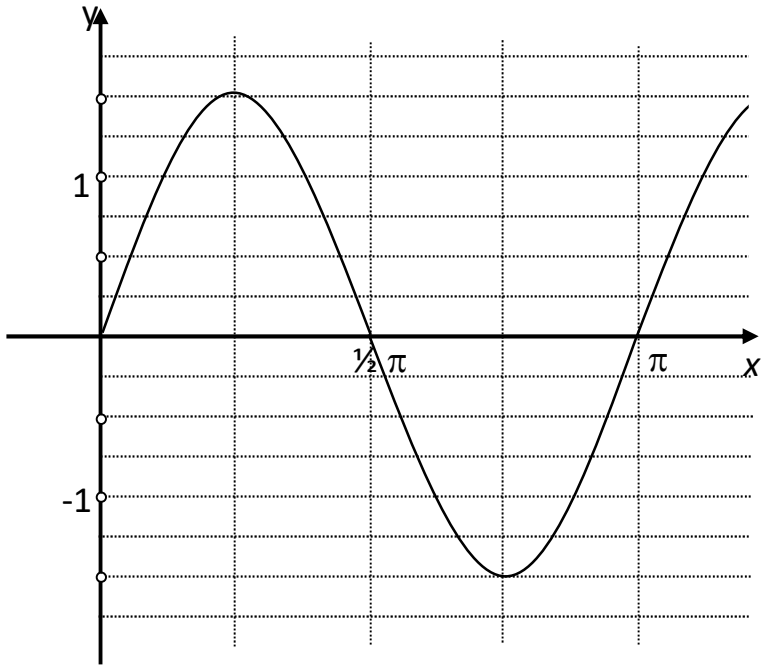
Dus voor x=2 is ax+b = 0. We vullen a in: π/2 .2 + b = 0 → b = π

De vergelijking wordt nu 1,5 sin (π/2 x + π)

➔ Antwoord C

2011 Augustus Vraag 8a

Gegeven functie F(x) = c.sin(a.x + b)



Gevraagd: Geef de waarden van de parameters *a*, *b* en *c*.

Amplitude = c = 1,5.

Periode T = π

a = 2π/T = 2π/π = 2

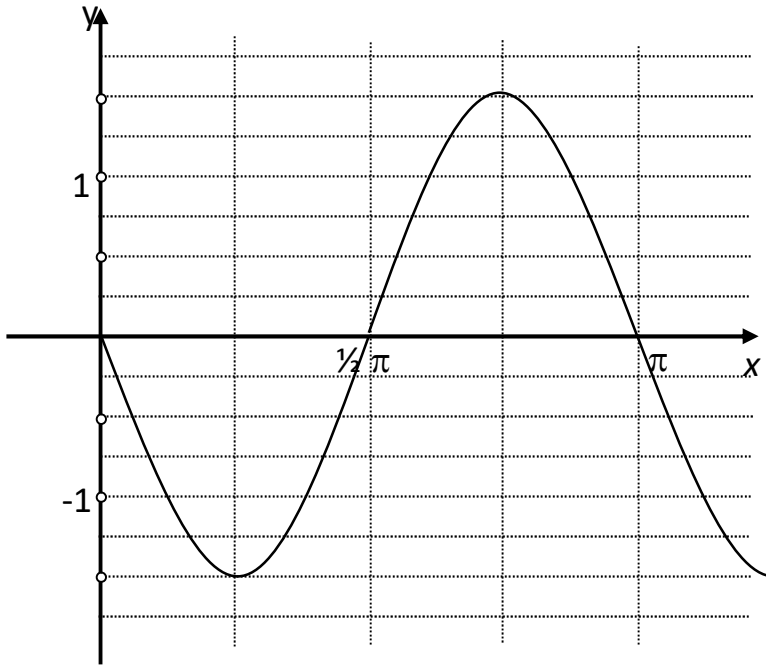
Er is geen verschuiving: bij x = 0 is ax + b = 0 → 2.0 + b = 0 → b = 0

Parameters: a = 2; b =0 en c = 1,5

➔ Antwoord A

2011 Augustus Vraag 8b

Gegeven: een functie F(x) = c.sin(a.x + b)



Oplossing:

amplitude c = 1,5.

Periode T = π

a = 2π/T = 2

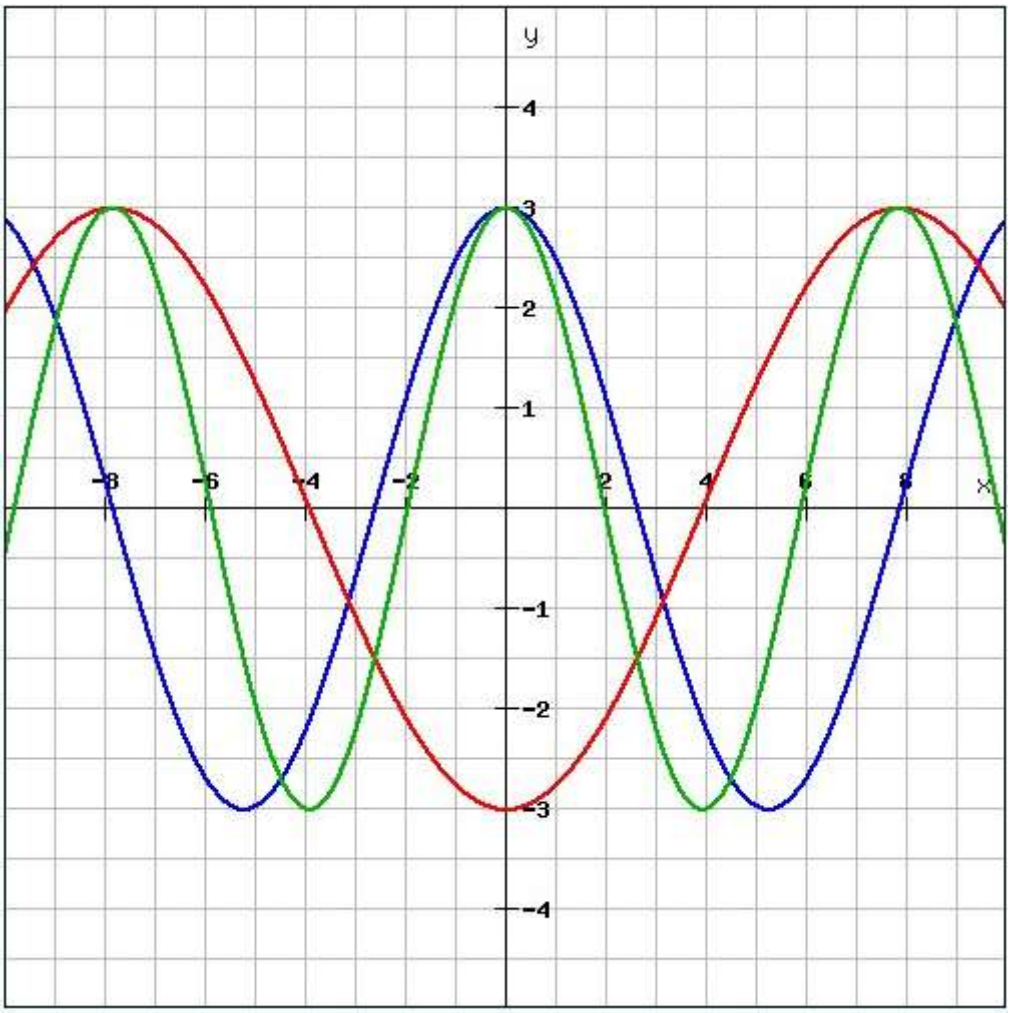
De sinusoïde is verschoven, ze begint niet in het nulpunt maar in 1/2π

Dus voor x = 1/2π is (ax + b = 0). Hieruit leiden we b af: 2. ½ π + b = 0 → b = -π

➔ Antwoord D

2014 – Juli Vraag 5

Gegeven is een grafiek met drie goniometrische functies.



Gevraagd: Welke goniometrische functie staat hier niet bij?

Vul in elke antwoordmogelijkheid x=0 in, dan vind je als antwoorden bij A en B is de functie gelijk aan 3 en bij C en D is de functie = -3. ($\pi/2$ en $-3/2\pi$ zijn tegengestelde hoeken).

vinden slechts één grafiek waarvoor y de waarde -3 krijgt bij x = 0, nl. de rode.

Om te weten welke grafiek dit is moeten we de factor vinden waarmee x is vermenigvuldigd.

Bij een sinusfunctie f(x)= b.sin(cx +d) is de verschuiving naar links gelijk aan d/c. Daaruit kunnen we c dus berekenen. Voor de rode grafiek is de verschuiving naar links ongeveer 15,6. We vinden dan voor $c = 2\pi/15{,}6 = 0{,}4$. De rode grafiek is dus grafiek C. Daardoor weten we dat grafiek D er niet bij staat.

➔ Antwoord D

<u>2017 – Juli geel Vraag 9</u>

Beschouw de functie f met functievoorschrift $f(x) = \sin^2 x$. Neem $\alpha \in R$ met $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
Waaraan is de volgende som gelijk?

f (x) = f(α + $\frac{\pi}{2}$) + f(α + π) + f(α + $\frac{3\pi}{2}$) +…+ f(α + 99π) + f(α + $\frac{199\pi}{2}$)

Oplossing:

f(x) = $\sin^2$ (α) + $\sin^2$(α + $\frac{\pi}{2}$) + $\sin^2$(α + π) + $\sin^2$ (α + $\frac{3\pi}{2}$) +…+ $\sin^2$(α + 99π) + $\sin^2$ (α + $\frac{199\pi}{2}$)

anticomplementaire hoeken: sin(α + $\frac{\pi}{2}$) = cos (-α) = cos (α)

vervang $\sin^2$(α + $\frac{\pi}{2}$) door $\cos^2$ (α)

supplementaire hoeken: sin(α + π) = - sin (α)

Vervang $\sin^2$(α + π) door $\sin^2$ (α)

f(x) = $\cos^2$ (α) + $\sin^2$ (α) + $\cos^2$ (α) + $\sin^2$ (α) + …

$\cos^2$ (α) + $\sin^2$ (α) = 1

Dus:

f(x) = 1 + 1 +… (100x) = 100

➔ Antwoord: D